Salut à toi,

Tu trouveras dans cette fiche les points clés de l'article « Raisonnement par récurrence = Escalier ! » que tu peux retrouver sur le site à cette adresse : www.lesmathsentongs.com/raisonnement-par-recurrence

Si tu souhaites aller plus loin ou qu'il y a toujours des trucs pas clairs pour toi, viens me poser tes questions dans les commentaires de l'article ou sur les réseaux !

Au plaisir de t'aider à Réussir,

Steven.

Les Points Clés de l'article

- **C'est le 4ème et dernier article de la série sur les suites !**
- Rappelle-toi que le **raisonnement par récurrence** c'est comme un **escalier.**
- Il faut d'abord **monter sur la première marche** (initialisation), puis il faut **savoir passer d'une marche à la suivante** (hérédité).
- Si tu sais faire les deux alors tu peux monter aussi haut que tu veux sur l'escalier…
- Je te donne une **méthode toute simple** pour réussir à tous les coups !

L'analogie de l'Escalier :

L'idée derrière cette analogie :

- Si tu peux monter sur la première marche d'un escalier et que tu sais passer d'une marche à l'autre, alors tu pourras monter tout l'escalier... même s'il est infini !

- **L'escalier, c'est la propriété que tu veux démontrer !**
  Les marches correspondent aux rangs des termes de la suite.

‹‹ Poser le pied sur une marche ›› = ‹‹ la propriété est vérifiée pour ce rang ››

- Le raisonnement par récurrence, c'est donc **montrer que** tu sais **"monter sur la première marche de l'escalier"** et **"passer d'une marche à la suivante"**.

- Autrement dit, montrer que cette propriété est **vraie au rang 0** et qu'elle **reste vraie quand tu passes du rang n au rang n+1.**

Les 3 étapes du raisonnement par récurrence :

Etape 1 : Peut-on monter sur la première marche ? (Initialisation)

- Comme dans la vraie vie, tu dois commencer par monter sur la première marche de l'escalier ! C'est-à-dire montrer que la propriété est vraie pour le terme initial U_0

Étape 2. Peut-on passer d'une marche à la suivante ? (Hérédité)

- Ensuite tu dois vérifier que tu sais passer d'une marche à la suivante. Autrement dit, **montrer que si la propriété est vraie au rang n, elle le reste vraie au rang n+1.**

- L'idée est simple : **Tu considères que P_n est vraie** et tu te débrouilles pour arriver à P_{n+1} vraie en utilisant la formule de récurrence de la suite.

- Je te donne dans l'article les 2 manières de t'y prendre !

Étape 3. On sait monter l'escalier ! (Conclusion)

- Pour finir, il ne faut pas oublier de conclure ! Sinon, tu n'auras pas tous les points…

- **Contente-toi d'être simple :** *« On a montré que P_0 est vraie et que P_{n+1} est vraie si P_n est vraie, donc la propriété P_n est vraie pour tout entier naturel n supérieur à 0. »*

Remarque : *Attention, le rang initial n'est pas toujours 0 ! Si on te demande de montrer une propriété pour tout n entier naturel plus grand que 10, tu devras faire l'étape 1 avec U_{10} !*

Comment réussir à tous les coups ?

La Méthode Toute Simple pour Réussir l'Etape 2 :

- Ecris 1) ce que tu **sais** 2) ce que tu **supposes vrai** et 3) ce que tu **veux obtenir**.

- **Avoir ces infos sous les yeux** est la meilleure façon de donner les moyens à ton cerveau de trouver le chemin… !

Un autre exemple complet !

On considère la même suite que dans l'article :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{2 - U_n} \end{cases}$$

Et on cherche à démontrer par récurrence que :

$$P_n : « \, U_n < 1 \, »$$

Initialisation :

- Toujours aussi simple ici : $U_0 = 0 < 1$, donc P_0 est vraie.

Hérédité :

- On commence par noter :

Ce qu'on sait	Ce qu'on suppose vrai	Ce qu'on veut obtenir
$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{2 - U_n} \end{cases}$	$P_n :$ « $U_n < 1$ »	$P_{n+1} :$ « $U_{n+1} < 1$ »

- On utilise la Méthode 1 pour prouver l'hérédité :
    - $U_n < 1$: On part de P_n supposée vraie
    - <=> $-U_n > -1$: On applique les opérations
    - <=> $2 - U_n > 1$: qui permettent d'arriver
    - <=> $1/(2 - U_n) < 1/1$: à Un+1 grâce à *ce que l'on sait*
    - <=> $U_{n+1} < 1$: Et on arrive à P_{n+1} vraie !

    Question : Est-ce que ça aurait été aussi simple avec la Méthode 2 ?

Conclusion :

- On a montré que P_0 est vraie et que P_{n+1} est vraie si P_n est vraie, donc la propriété P_n est vraie pour tout entier naturel *n*.

Mets tout ça en application et tu vas devenir
un Dieu de la Démonstration par Récurrence !

Au plaisir de t'aider à Réussir,

Steven

Viens me poser tes questions et
me faire tes remarques !

Like ma page Facebook

Suis-moi sur Twitter

Abonne-toi à la chaîne YouTube

Laisse un commentaire sur le site

Et aide-moi à aider tes amis en
partageant avec eux !

Le bon état d'esprit pour Réussir !